Una tipología de las relaciones binarias entre secuencias de duraciones

Adrián Rússovich

Una tipología de las relaciones binarias entre secuencias de duraciones

En este artículo presentamos una tipología de las relaciones musicales entre dos secuencias de duraciones.
Estas relaciones se clasifican en dos grandes categorías: de *correspondencia total* y de *correspondencia parcial*, o *similitud*. Dentro del primer grupo se encuentran las relaciones de identidad, permutación, pseudo-permutación, delta (aumentación–disminución) división y adición. Las relaciones de similitud existen cuando se dan relaciones de correspondencia total entre subsecuencias de las secuencias consideradas. Seguidamente presentamos una implementación informática realizada en Common Lisp, en donde mostramos las distintas funciones de análisis que corresponden a cada relación y explicamos el formato de sus resultados. Luego utilizamos una serie de ejemplos musicales que van desde la Edad Media hasta la actualidad para mostrar en contexto la utilización de las relaciones entre secuencias de duraciones. En la conclusión, afirmamos que la presencia de estas relaciones a todo lo largo la historia de la música de la tradición occidental permite asignarles la categoría de componentes fundamentales del pensamiento rítmico.

Palabras clave: análisis rítmico, relaciones entre secuencias de duraciones, análisis musical asistido por computadora

A typology of binary relationships between sequences of durations

In this paper I present a typology of musical binary relationships between sequences of durations. First, I define some theoretical concepts. These relationships are classified in two main categories: total match and similarity. In the first group there is identity, permutation, pseudo-permutation, delta (augmentation–diminution) division and addition. Similarity relationships exist when we found total match relationships between subsequences. Then we present an implementation of this theory in Common Lisp, we show the analysis functions that correspond to every relationship, and we explain the format of the results. Next I illustrate these relationships "in context" with musical examples ranging from Middle Ages to the present. In the end, I postulate that the presence of these relationships in the history of Western music allows to assign them the category of fundamental components of rhythmic thought.

1. Introducción y agradecimiento

El presente trabajo es una reelaboración y ampliación de un capítulo de mi Tesis de Doctorado *Transformaciones de Duraciones. Del Análisis a la Composición,* que presenté y defendí en 2003 en la Universidad de Paris IV (Sorbonne).

Como lo indica el título, ese estudio de las transformaciones posibles en la dimensión de las duraciones musicales tiene un fin tanto analítico como compositivo, en donde el análisis se entiende como un paso previo y necesario para la elaboración de métodos de transformación de duraciones.

En el enfoque adoptado allí, la informática tuvo un rol fundamental, pues el objetivo era llegar a la constitución de un conjunto de funciones de análisis y de transformación que se pudiera integrar en programas de asistencia a la composición. Este objetivo se logró mediante la creación de una biblioteca de funciones diseñada para ser utilizada en el marco del lenguaje de programación gráfica OpenMusic, creado por el IRCAM.

En la programación de ese conjunto de funciones, así como en la concepción teórica general, mis carencias flagrantes en matemática y programación fueron paliadas por la colaboración invalorable de mi director de tesis, Robert Pascal, un músico francés que reúne, de manera poco común, las cualidades de compositor talentoso y hábil matemático y programador.

Es de toda justicia, entonces, el reconocimiento aquí a quien me ayudó a transformar un cuerpo de ideas informes y desorganizadas en una exposición coherente, uno de cuyos aspectos es la base del presente estudio.

2. Conceptos teóricos

> "El análisis del nivel neutro realizado por semiólogos como Ruwet y Nattiez implica la segmentación del texto musical en unidades que son, ya sea divisibles, ya sea indivisibles. En este último caso, su división produce unidades que no aparecen de manera independiente en el texto musical: solamente las unidades que aparecen más de una vez, bajo formas identificables, se consideran en el análisis. La naturaleza de estas relaciones es de la más alta importancia. Hasta el momento, el estudio de todas las relaciones posibles entre estas unidades no ha recibido la atención que merece. En el caso de análisis que contienen unidades idénticas desde todo punto de vista, una comprensión objetiva de las unidades que se pueden asociar no constituye

> un problema. Sin embargo, cuando las unidades son simplemente juzgadas similares por el analista, sin una definición de la naturaleza y la extensión de la similitud, el analista corre el riesgo de confundir el nivel neutro con la dimensión estética [...] " (Borthwick, 1995)[1]

El presente estudio intenta responder, parcialmente, a la advertencia planteada por el texto de Borthwick. Nuestro objetivo aquí será una caracterización precisa (y formalizable informáticamente) de las relaciones posibles entre *dos* (por eso *binarias*) secuencias de duraciones. Nos atendremos entonces, en busca de la mayor simplicidad y claridad posibles en el análisis, a esta única dimensión del fenómeno musical.

Quizás convenga aclarar entonces que no se intenta aquí exponer una metodología de *análisis rítmico*, puesto que voluntariamente dejaremos de lado fenómenos esenciales de la definición rítmica, como ser, particularmente, los fenómenos acentuales. El análisis de las relaciones entre duraciones, o entre secuencias de duraciones, no debe entenderse más que como una parte del análisis rítmico.

Comencemos por definir, aunque parezca obvio, lo que entendemos por secuencia de duraciones: una secuencia de duraciones es una serie de intervalos de tiempo, ocupados por sonidos o silencios, que poseen un orden determinado.

En esta definición, es importante destacar la noción de *orden:* a diferencia de lo que sucede en la dimensión de las alturas, en donde a menudo es necesaria una consideración de los conjuntos no ordenados (es decir el análisis armónico), el orden en que se presentan las duraciones dentro de una secuencia es fundamental para su caracterización. De manera que, en una secuencia de duraciones, cada elemento -cada duración- está definido por dos parámetros: su *valor* y su *posición* en la secuencia. Por consiguiente, para definir la relación entre dos secuencias de duraciones compararemos el *valor* y la *posición* de sus elementos. Diremos que se puede establecer una relación entre dos secuencias **a** y **b** si es posible asociar ciertos elementos de **a** con ciertos elementos de **b**. Dicho de otra manera, si se puede establecer un cierto número de pares de elementos, formados por un elemento de **a** y un elemento de **b**. Naturalmente, no es necesario que todos los elementos de **a** o todos los de **b** se encuentren en los pares, y cualquier elemento de **a** o de **b** puede figurar en varios pares. Entre todas las relaciones que se pueden deducir del estudio de estos pares de elementos no retendremos más que aquellas que consideramos pertinentes musicalmente. Estas se dividen en dos grandes categorías, que se definen de la siguiente manera: si comparamos elemento por elemento dos secuencias de duraciones, hay dos posibilidades: 1) ya sea hay una *correspondencia total*, cuando todos los elementos de una secuencia corresponden a uno o más elementos de la otra, de manera que todos los elementos de las dos secuencias están comprendidos en la relación, o bien 2) cuando en una o en las dos secuencias hay ele-

[1] La traducción es nuestra.

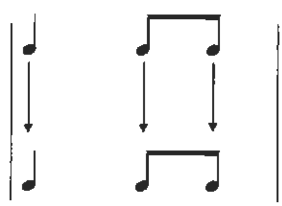
mentos *libres*, sin correspondencia (o *imagen*) en la otra secuencia. En este último caso hablaremos de *correspondencia parcial* o *similitud*. En las relaciones de similitud, las relaciones de correspondencia total se dan así entre subsecuencias de **a** y/o de **b**.

Las relaciones de correspondencia total se pueden agrupar en dos tipos:

En el primer tipo, las dos secuencias tienen el mismo número de elementos, y a cada elemento de **a** corresponde un y sólo un elemento de **b**. Dentro de este tipo de relaciones, se pueden definir tres casos, de acuerdo al valor y la posición de los elementos:

1.1.) Cuando tenemos las mismas duraciones en las mismas posiciones, hablaremos de *relación de identidad:*

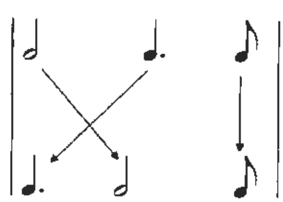
Ejemplo 1: relación de identidad



Los mismos valores se encuentran en las mismas posiciones en una y otra secuencia.

1.2.) Cuando tenemos las mismas duraciones distribuidas en posiciones diferentes, hablaremos de *relación de permutación:*

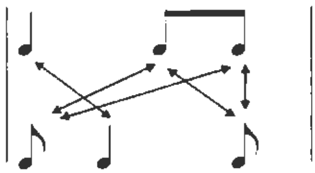
Ejemplo 2: relación de permutación



En este caso, el valor del elemento que se encuentra en la primera posición en la primera secuencia corresponde al del que se encuentra en segunda posición en la segunda, el valor del que se encuentra en la segunda posición en la primera secuencia corresponde al del que se encuentra en la primera posición en la segunda, etc.

Es importante notar la diferencia entre este tipo relaciones de permutación y las que mostramos en el ejemplo siguiente:

Ejemplo 3: relación de permutación (ambigua)



La ambigüedad aquí está dada porque, ateniéndonos a las puras duraciones, en ausencia de cualquier otra determinación –como posición métrica, altura o timbre– no podemos describir la relación con exactitud, en el sentido de que no podemos decir cuál de las dos corcheas (que están en las posiciones 1 y 2 en la primera secuencia) ha pasado, en la segunda secuencia, a la posición 0 y cuál ha pasado a la posición 2. La asociación con las alturas puede ayudar a comprender la importancia de esta distinción:

Ejemplo 4: relación de permutación de duraciones asociadas con alturas

Las dos permutaciones son rítmicamente idénticas, pero la diferente disposición de las alturas produce secuencias diferentes (en este caso el retrógrado). La descripción exacta de la permutación es importante si queremos poder *reproducir* la permutación. En la sección siguiente mostraremos de qué manera hemos expresado esta ambigüedad en la implementación informática.

1.3.) El tercer tipo se da cuando los valores que se encuentran en las mismas posiciones están relacionados por un factor constante. Es el caso de las relaciones llamadas tradicionalmente de *aumentación o disminución*, y que nosotros llamaremos de manera general, relaciones *delta*.

Ejemplo 5: relaciones *delta* (multiplicativas)

En el primer caso, las duraciones de la segunda secuencia se obtienen al multiplicar por 2 las de la primera y en el segundo, al multiplicarlas por 1/2.

Naturalmente, este no es el único tipo posible de aumentación-disminución. Quizás sea necesario recordar aquí una diferencia fundamental en los sistemas rítmicos. En la música occidental las diferentes duraciones se obtienen de manera *divisiva*, es decir, se parte de una unidad máxima (la redonda) que se divide en dos -o tres- partes iguales (la blanca) que a su vez se divide en dos -o tres- partes iguales, etc. En otros sistemas rítmicos (como por ejemplo la rítmica hindú) se procede de diferentemente: se parte de una unidad mínima (que se puede anotar como una semicorchea) y se procede por *adición* de ésa unidad mínima: semicorchea, corchea, corchea con puntillo, etc.

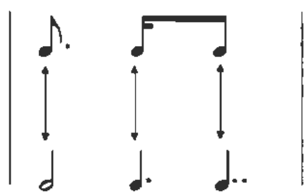
Es decir que tenemos dos clases de relaciones delta: las que hemos mostrado en el Ejemplo 5, que son de tipo *multiplicativo*, y otras que son de tipo *aditivo*. En la música occidental del siglo XX el compositor francés Olivier Messiaen es probablemente quien ha hecho un uso más consecuente de este último tipo de relaciones. A la técnica aditiva la ha llamado "de valor agregado" puesto que las diferentes duraciones se forman por el *agregado* (es decir la adición) de un valor constante (Messiaen, 1994). Una obra emblemática de la utilización de este tipo de relaciones es su pieza para piano *Modo de valores e intensidades* (Messiaen, 1950). En ella, todas las duraciones de la pieza pertenecen a un *modo de duraciones*, formado por tres series de doce duraciones cada una (Messiaen las llama "Divisiones", la primera comprende los valores de 1 a 12 fusas, la segunda aquellos que van de 1 a 12 semicorcheas y la tercera los comprendidos entre 1 a 12 corcheas).[2] Cada "división" está entonces construida de manera que las duraciones que lo constituyen guardan entre ellas una relación delta aditiva constante. He aquí la "División II":

2 O sea que las tres "divisiones" se superponen.

Ejemplo 6: relación delta aditiva ("División II" del *Modo de Valores e Intensidades* de O. Messien)

De manera que entre dos secuencias cuyas duraciones pertenezcan a este modo, a condición de que estén formadas por elementos contiguos en el modo, se dará una relación delta de tipo aditivo, con un factor constante:

Ejemplo 7: relación delta aditiva



Expresados en semicorcheas, los valores de la primera secuencia son 3, 1 y 2; los de la segunda 8, 6 y 7. El factor constante no es por lo tanto multiplicativo sino aditivo (5).

Messiaen (1994) menciona otro tipo de relaciones delta más complejo, que él llama "aumentaciones inexactas" y como ejemplo propone la relación entre las dos partes del ritmo hindú *lakskmiça:*

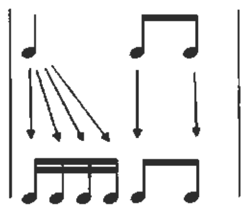
Ejemplo 8: relación delta "inexacta" (ritmo hindú *lakskmiça*)

Expresados en fusas, estos valores son 2 y 3 para la primera parte, y 4 y 8 para la segunda. En el presente trabajo no nos referiremos a este tipo de relaciones delta - en las que no hay un factor único, ni aditivo ni multiplicativo, que relacione los elementos de las dos secuencias, pero en donde no obstante se conserva la "forma rítmica" (o el *modelo* – que en este caso sería "corto – largo", o |◡—|). Remitimos al lector a dos trabajos en donde nos hemos referido a los *modelos de secuencias de duraciones* (Rússovich 2002a y 2002b).

2. Tenemos un segundo tipo de relaciones de correspondencia total cuando a cada elemento de **a** corresponden varios elementos de **b** y/o recíprocamente. Aquí tenemos tres casos:

2.1. La *división*

Ejemplo 9: relación de división

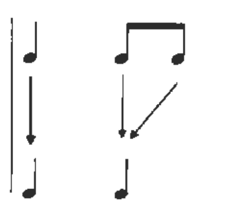


La adición de los cuatro primeros valores de la segunda secuencia corresponde al primer valor de la primera. Decimos entonces que la negra se ha *dividido* en cuatro semicorcheas. Los dos elementos finales de ambas secuencias permanecen inalterables de la una a la otra. En este caso, podríamos hablar de una relación de similitud por división, considerando la división de la primera negra, o bien podemos hablar de una relación de correspondencia total de división, considerando que el factor de división para las dos corcheas es 1.

2.2. La *adición*

Como vimos en el ejemplo anterior, este caso se puede considerar como la inversa de la división. En el Ejemplo 10 la adición de las dos corcheas de la primera secuencia equivale al valor de la segunda negra en la segunda secuencia. Como antes, la relación se puede considerar de similitud por adición, o bien de correspondencia total por adición, con un factor de 0 para el primer elemento.

Ejemplo 10: relación de adición

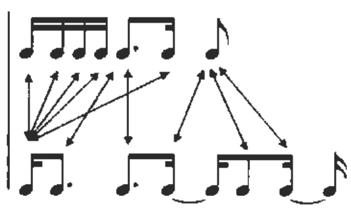


2.3.

El tercer caso se da cuando las dos secuencias tienen las mismas *clases de duraciones*. Utilizamos este término de manera análoga al de *clase de altura*. Si una secuencia de duraciones presenta una negra en la primera posición, otra en la tercera y otra en la quinta posición, diremos que las duraciones ubicadas en esas posiciones pertenecen a la misma clase. Así, una secuencia como está formada por tres clases de duraciones: . En la secuencia, diremos que hay cuatro instancias de la clase "semicorchea" (en la posiciones 0 a 3 y 5),[3] una instancia de la clase "corchea con puntillo" (en la posición 4) y una instancia de la clase "corchea" (en la posición 6).

Si consideramos ahora otra secuencia, como comparada con la primera, es diferente desde todo punto de vista, excepto que las dos están formadas por las mismas tres clases de duraciones. Esta relación la hemos llamado *pseudo-permutación*. Gráficamente, podría representarse así:

Ejemplo 11: relación de pseudo-permutación



Se observará que la "ambigüedad" de la que hemos hablado a propósito de las relaciones de permutación (Ejemplo 3) está presente también en este ejemplo.

En las relaciones de permutación y de pseudo-permutación se presenta un caso especial que hemos llamado *inversión*. El concepto de inversión es familiar en el terreno de las alturas. Se dice que *invertimos* un intervalo cuando la altura más grave pasa a ser la más aguda (por desplazamiento de octava) o viceversa. Allen Forte (1976) ha dado una definición más formal del procedimiento, que permite también aplicarlo a las clases de altura expresadas numéricamente. Según esta definición, la inversión de un intervalo o clase de altura consiste en reemplazarlo por su complemento módulo 12, relación que se expresa por la fórmula **ia = 12 – a (mod 12)**, en donde **a** es el intervalo o la clase de altura e **ia** su inversión. Forte (1976: 8) construye así una regla de correspondencia por inversión **I** que hace corresponder cada elemento de un conjunto **A** con un elemento de un conjunto **B**. Esta regla depende de la correspondencia fija de los números enteros que designan las 12 clases de altura. Esta correspondencia se muestra en la siguiente tabla:

---

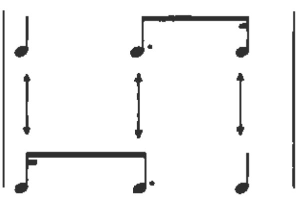
[3] Se observará que la numeración de las posiciones comienza en 0 y no en 1. Esto se hace para mantener la coherencia con el lenguaje de programación utilizado en la implementación informática.

I
$0 \leftrightarrow 0$
$1 \leftrightarrow 11$
$2 \leftrightarrow 10$
$3 \leftrightarrow 9$
$4 \leftrightarrow 8$
$5 \leftrightarrow 7$
$6 \leftrightarrow 6$

Si nos hemos extendido tan largamente a propósito de la inversión en el campo de las alturas es porque el concepto de inversión de duraciones que hemos desarrollado con R. Pascal tiene puntos de contacto con éste.[4]

En el caso de las secuencias de duraciones, no hay una "correspondencia fija", porque nuestro sistema de duraciones no funciona con ningún "módulo",[5] ya que no consideramos la existencia de "octavas de duraciones".[6] Pero ciertas disposiciones de permutaciones o pseudo-permutaciones muestran una correspondencia por *intercambio de valores* de los elementos que se encuentran en las mismas posiciones, que se puede considerar como una "inversión". Consideremos el caso de la relación siguiente:

Ejemplo 12: Relación de inversión



En esta permutación (que es una retrogradación) en la posición 0 en la primer secuencia está la duración mayor, y en la misma posición en la segunda secuencia se encuentra la menor, mientras que el valor medio de las dos secuencias se

---

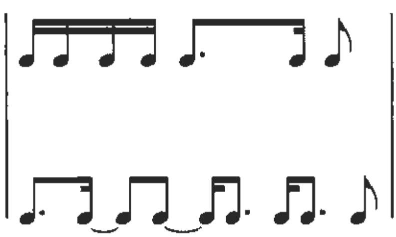
[4] Una concepción distinta del concepto de inversión de duraciones se encuentra en las obras y trabajos teóricos del compositor estadounidense Milton Babbitt (1947 y 1962). La nuestra es más próxima a la de Bayley (1991).
[5] Babbitt (1962) afirma que el "módulo" de duraciones puede definirse por la posición métrica. Así, todos los primeros tiempos serían "equivalentes" entre sí (pertenecerían a la misma clase).
[6] Este concepto era probablemente una necesidad teórica para el serialismo integral. Aparece mencionado en Babbit (1962) y en Stockhausen (1988).

encuentra en la posición 1. El valor más breve se encuentra en la posición 2 en la primera secuencia, mientras que en la segunda se encuentra allí el valor más largo. De manera que la *regla de inversión* (para usar la terminología de Forte) de esta relación sería la siguiente:

Ejemplo 13: Regla de inversión

Naturalmente, a diferencia de lo que ocurre en el caso de las alturas, la *regla de inversión* para las duraciones no es general sino que es propia a cada secuencia. Por ejemplo, la relación de inversión siguiente:

Ejemplo 14: Relación de inversión (2)

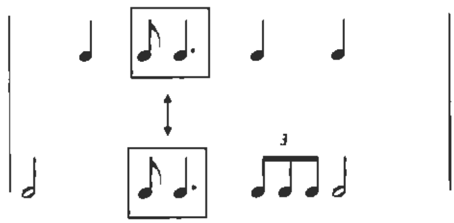


utiliza la regla de inversión siguiente:

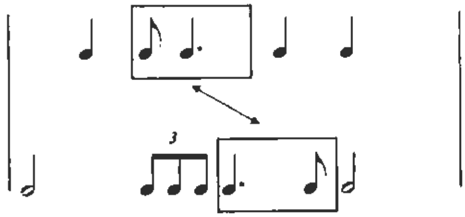
Ejemplo 15: Regla de inversión (2)

Las relaciones de correspondencia parcial, o *similitud*, se dan cuando hay relaciones de correspondencia total entre subsecuencias de las secuencias consideradas. Así, tenemos por ejemplo relaciones de similitud por identidad, por permutación, etc.:

Ejemplo 16: relación de similitud por identidad



Ejemplo 17: relación de similitud por permutación



Los demás casos de relaciones de similitud funcionan de la misma manera.

Es difícil establecer *a priori*, en ausencia de otros parámetros, la gradación de la relevancia musical de estas relaciones. Pero de acuerdo a la frecuencia de utilización, podríamos afirmar que sin duda la más importante es la relación de identidad, seguida probablemente por las relaciones delta y de división – adición (que son típicas de las variaciones clásicas), y en último lugar ubicaríamos probablemente las relaciones de permutación y pseudo-permutación.

3. Implementación informática

La implementación informática se escribió en el lenguaje de programación Common Lisp, el dialecto de LISP (por LISt Processor) más utilizado y, como dijimos en la introducción, se trasladó posteriormente al lenguaje de programación gráfica OpenMusic.

Para que puedan ser tratadas por la computadora, las secuencias de duraciones deben ser expresadas numéricamente. Para expresar las duraciones musicales en forma numérica, es posible adoptar cualquier convención arbitraria, con la sola condición de que las expresiones numéricas guarden entre sí las mismas proporciones que las duraciones que representan. En el presente trabajo hemos adoptado la convención de designarlas como fracciones, dado que esta manera guarda una cierta semejanza con la convención musical de designar las duraciones como fracciones de redonda. De manera que una negra la representaremos como "1/4", una blanca como "1/2", una corchea de tresillo como "1/12", etc.

En LISP, los objetos que maneja el lenguaje pueden ser átomos (un elemento aislado) o listas (que son colecciones de átomos). La manera más lógica de expresar las secuencias de duraciones es en forma de listas. Las listas son series de elementos que se escriben entre paréntesis.[7] Así, la secuencia del Ejemplo 1 se puede escribir (1/4 1/8 1/8). El lenguaje posee una cantidad de funciones "prefabricadas" para comparar, crear y modificar listas. Nuevas funciones se pueden construir en base a la combinación de estas funciones ya existentes.

Para la verificación de la relación de identidad, se puede utilizar una función (un test) ya existente que compara la igualdad entre dos listas. Esta función se llama **equal**. Puesto que las únicas respuestas posibles a la pregunta sobre la igualdad de dos objetos son si ésta es verdadera o falsa, las respuestas de **equal** son t (por *true*, *verdadero*) o nil (que en Lisp equivale a *falso*):

```
? (equal '(1/8 1/8 1/4) '(1/8 1/8 1/4))
t
? (equal '(1/8 1/8 1/4) '(1/8 1/4 1/8))
Nil
```

Para el resto de las relaciones que hemos expuesto no hay en Lisp funciones ya existentes. Por lo tanto, el resto de las funciones que mostraremos son de nuestra autoría. Los nombres que les hemos dado hacen alusión a la relación a la que se refieren, terminando en general por la letra "p" (por "predicado").[8]

El test para verificar la relación de permutación se llama **permp**. Esta función no sólo responde si la relación es o no una permutación, sino que además, en el caso de que lo sea, la describe de manera que sea posible reproducirla. Puesto que la permutación consiste en un cambio de posiciones de las duraciones de una secuencia, la descripción debe dar cuenta, para cada duración, de la posición que ocupa en la primera secuencia y en la segunda. Para ello, **permp** construirá una lista de números, en donde la *posición* de cada número corresponde a la posición de cada duración de la *segunda* secuencia y su *valor* a la posición de esa duración en la *primera* secuencia. Retomemos la relación del Ejemplo 2. Las dos secuencias se escriben numéricamente (1/2 3/8 1/8) y (3/8 1/2 1/8). **Permp** debe decirnos que el elemento que está en la posición 0 en la segunda secuencia, estaba en la posición 1 en la primera; que el que está en posición 1 en la segunda estaba en la posición 0 en la primera, y que el que está en la posición 2 en la segunda estaba en la posición 2 en la primera. La lista, por lo tanto, debe ser (1 0 2):

---

[7] En Steele, G., 1990 se encuentra una descripción muy completa del lenguaje.

[8] Esta es una convención Lisp. Por ejemplo, el test para verificar si un objeto es un número se llama numberp.

? **(permp '(1/2 3/8 1/8) '(3/8 1/2 1/8))**
((1) (0) (2))

Se observará que cada número de la lista está encerrado entre paréntesis (es decir, que cada uno es a su vez una lista de un solo elemento). Esto se debe a la "ambigüedad" a la que nos hemos referido a propósito de las permutaciones como la del Ejemplo 3. Esas dos secuencias se escriben (1/4 1/8 1/8) y (1/8 1/4 1/8). En este caso, el elemento que se encuentra en la posición 0 en la segunda secuencia, puede ser aquél que se encuentra en la posición 1 o aquél que se encuentra en la posición 2 en la segunda. Lo mismo vale para el elemento que se encuentra en posición 2 en la segunda. La respuesta de **permp** incluirá estas posibilidades en cada sublista:

? **(permp '(1/4 1/8 1/8) '(1/8 1/4 1/8))**
((1 2) (0) (1 2))

La función **pseudo-permp** utilizará el mismo mecanismo para describir las pseudo-permutaciones (ver Ejemplo 11):

? **(pseudo-permp '(1/16 1/16 1/16 1/16 3/16 1/16 1/8) '(1/16 3/16 3/16 1/8 1/8 1/8))**
((0 1 2 3 5) (4) (4) (6) (6) (6))

En la sección anterior hemos visto que las relaciones delta pueden ser de naturaleza multiplicativa o aditiva. El test correspondiente –que se llama **deltap**– debe, por lo tanto, indicar la naturaleza de la relación y el factor. Su resultado (que es nil cuando no se trata de una relación delta) está compuesto entonces por dos partes: Primero, una palabra (entre comillas): "mul" en el caso de las relaciones delta multiplicativas y "add" en el caso de las aditivas. Luego, el factor. Los análisis para los dos casos del Ejemplo 5 son:

? **(deltap '(1/4 1/8 1/8) '(1/2 1/4 1/4))**
("mul" 2)
? **(deltap '(1/2 1/4 1/4) '(1/4 1/8 1/8))**
("mul" 1/2)

Y el análisis del Ejemplo 7 es:
? **(deltap '(3/16 1/16 1/8) '(1/2 3/8 7/16))**
("add" 5/16)

A cada valor de la primera secuencia se ha sumado 5/16, es decir, en notación musical, cinco semicorcheas, o una negra ligada a una semicorchea.

Los tests para la adición y la división se llaman **coagp** y **monp**, respectivamente.[9]

En la descripción de la adición debemos mostrar de qué manera los elementos de la primera secuencia se han adicionado para formar la segunda. Si tomamos el caso del Ejemplo 10, **(1/4 1/8 1/8)** → **(1/4 1/4)** el primer valor se mantiene inalterado de una secuencia a la otra, mientras que las dos corcheas se han adicionado para formar la segunda negra de la segunda secuencia. La manera en la que **coagp** muestra estas relaciones es mediante los paréntesis, reescribiendo la primera secuencia encerrando entre paréntesis los elementos que se han fusionado en la segunda:

? **(coagp '(1/4 1/8 1/8) '(1/4 1/4))**
((1/4) (1/8 1/8))

La primera negra aparece también entre paréntesis, mostrando, al ser una lista formada por un solo elemento, que ese valor es el mismo en las dos secuencias.

La división puede considerarse como la *inversa* de la adición. De manera que la respuesta de **monp** consistirá en reescribir la *segunda* secuencia, mostrando, mediante los paréntesis, de qué manera los elementos de la primera se han dividido en la segunda. La relación del Ejemplo 9 es **(1/4 1/8 1/8)** → **(1/16 1/16 1/16 1/16 1/8 1/8)**. En este caso, la negra se ha subdividido en cuatro semicorcheas y las dos corcheas permanecen inalteradas. De manera que **monp** agrupará dentro del mismo paréntesis las cuatro semicorcheas, para mostrar su origen común, y encerrará entre paréntesis cada una de las corcheas para mostrar que no se han transformado:

? **(monp '(1/4 1/8 1/8) '(1/16 1/16 1/16 1/16 1/8 1/8))**
((1/16 1/16 1/16 1/16) (1/8) (1/8))

En cuanto a la inversión, consiste en comprobar la *identidad* de los elementos de una secuencia con los de la otra *según la regla de inversión* propia a las dos secuencias. De manera que, como en el caso de la identidad, no necesitamos describir la relación, sino simplemente comprobar su existencia o su ausencia. La función de test **renvp** responderá, por lo tanto, t o nil.[10] Si retomamos la relación del Ejemplo 12, el análisis es:

? **(renvp '(1/4 3/16 1/16) '(1/16 3/16 1/4))**
t

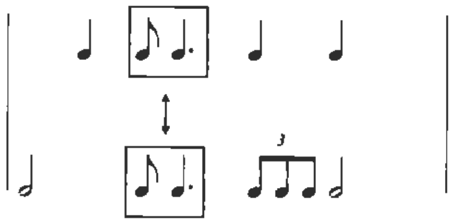
---

[9] Todas las funciones que mencionamos en el presente trabajo fueron programadas en conjunto con Robert Pascal. El idioma en que nos comunicábamos era el francés. Para estas funciones decidimos utilizar la denominación de Messiaen, que llama *monnayage* (que se puede traducir como *fraccionamiento*) a la división y *coagulation* (coagulación) a la adición. De allí los nombres de estas funciones.

[10] Por las misma razón, el nombre de renvp se origina en la palabra francesa *renversement* (inversión).

En cuanto a las relaciones de similitud, hemos visto que aparecen cuando existen relaciones de correspondencia total entre subsecuencias de las secuencias comparadas.[11] De manera que el test para las relaciones de similitud debe aplicar alguno de los tests para relaciones de correspondencia total que hemos presentado a todas las subsecuencias posibles de las dos secuencias comparadas. En el caso de encontrarse una o varias respuestas positivas, el resultado debe indicar el resultado del test de correspondencia total y la ubicación de las subsecuencias entre las cuales se verifica la relación.

Retomemos el Ejemplo 16 (relación de similitud por identidad)



Hemos visto que en este caso, la identidad se da entre la subsecuencia de dos elementos que comienza en la posición 1 en la primer secuencia y la que comienza también en la posición 1 en la segunda. Recordemos que el test para la identidad es la función Lisp **equal** y que su resultado es t (verdadero) o nil (falso).

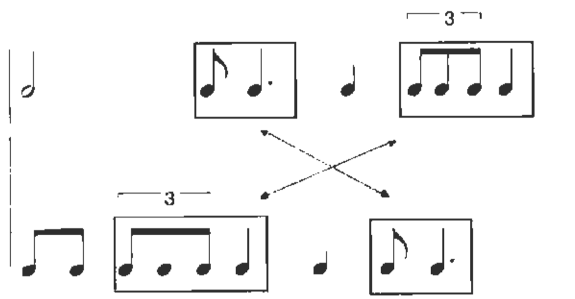
El test de la similitud es entonces una función que requiere tres argumentos: primero, la función de correspondencia total a aplicar, y en segundo y tercer lugar las secuencias a comparar. Su resultado (en el caso de no ser nil) estará formado por una o varias listas que contendrán el resultado del test aplicado, la posición en la que comienza la subsecuencia hallada en la primer secuencia, la posición en la que comienza en la segunda, y la longitud de la subsecuencia. El análisis del Ejemplo 16 es entonces:

? **(similp 'equal '(1/4 1/8 3/8 1/4 1/4) '(1/2 1/8 3/8 1/12 1/12 1/12 1/2))**
((t 1 1 2))

La lista (t 1 1 2) indica en primer lugar el resultado de equal, en segundo lugar la posición en la que comienza la subsecuencia encontrada en la primer secuencia, en tercer lugar la posición de inicio de la subsecuencia en la segunda secuencia y en cuarto lugar la longitud de la subsecuencia. Veamos otro ejemplo:

[11] Se consideran "subsecuencias" las secuencias de al menos dos elementos.

Ejemplo 18: relación de similitud por identidad (2)



En este caso tenemos dos relaciones de similitud por identidad: la primera, entre la subsecuencia de dos elementos que comienza en la posición 1 en la primera secuencia y la que comienza en la posición 7 en la segunda. La segunda relación se da entre la subsecuencia de cuatro elementos que comienza en la posición 4 en la primera secuencia y en la posición 2 en la segunda. El análisis entonces es:

? **(similp 'equal '(1/2 1/8 3/8 1/4 1/12 1/12 1/12 1/4) '(1/8 1/8 1/12 1/12 1/12 1/4 1/4 1/8 3/8))**
((t 1 7 2) (t 4 2 4))

El funcionamiento de **similp** con los otros tests de correspondencia total es similar.

El formato utilizado por este resultado, así como el de los otros tests, puede parecer algo abstruso a primera vista, pero se debe tener en cuenta que, como dijimos antes, el formato de las respuestas de las funciones de test fue pensado para ser utilizado por las funciones de transformación correspondientes, de manera de abstraer la relación y poder utilizarla para transformar secuencias de duraciones diferentes. La exposición de las funciones de transformación excede el cuadro del presente trabajo.[12]

En la sección siguiente, presentaremos algunos ejemplos musicales en donde es posible detectar estas relaciones, de manera de "ponerlas en contexto".

4. Algunos ejemplos musicales

4.1. Identidad

Como dijimos, la relación de identidad entre secuencias de duraciones es, sin duda, la que aparece más frecuentemente en obras de todos los estilos. Un ejem-

[12] La exposición completa de las mismas se encuentra en Rússovich, 2002a.

plo paradigmático de este procedimiento, en donde esta relación ordena la totalidad de la obra, se encuentra en la isorritmia. Un ejemplo característico es el *Amen* del *Credo* de la *Messe de Notre Dame* de Guillaume de Machault (Ejemplo 19). En este fragmento, cada voz está organizada según su propia *talea* que se repite cada 12 compases de 3/2,[13] por lo que podemos dar cuenta de la organización total de las duraciones mediante una talea cuádruple (Ejemplo 20). La relación de identidad organiza –horizontalmente– la totalidad del fragmento por la repetición de la talea cuádruple, pero además interviene –oblicuamente, como imitaciones– en la relación de las cuatro líneas que forman la talea (por ejemplo, las imitaciones de la secuencia 𝅗𝅥 𝅝 entre la segunda y la tercera voz, y aquellas con las secuencias ♩ 𝅗𝅥 𝅗𝅥 ♩ y ♪♩ ♪♩ ; ♪♪♩ ♪ entre la primera y segunda voz).

El análisis puede llevarse más lejos, incluyendo todas las relaciones que hemos descrito. Si consideramos como *secuencias* el contenido de cada "compás", se encuentran entre ellas las siguientes relaciones:

La división se da en múltiples formas: 𝅝. → ♩ ♩ 𝅝 , 𝅝. → ♩ 𝅗𝅥 𝅗𝅥 , etc.

La permutación (retrogradación y/o inversión) forma las dos subsecuencias de ♩ 𝅗𝅥 𝅗𝅥 ♩ . (La secuencia es un caso de lo que O. Messiaen llama ritmos *no retrogradables*, porque son iguales leídos en un sentido o en el otro.

La relación delta (disminución "mul" 1/2) se encuentra entre 𝅗𝅥 𝅝 → ♩ 𝅗𝅥 → ♪♩

---

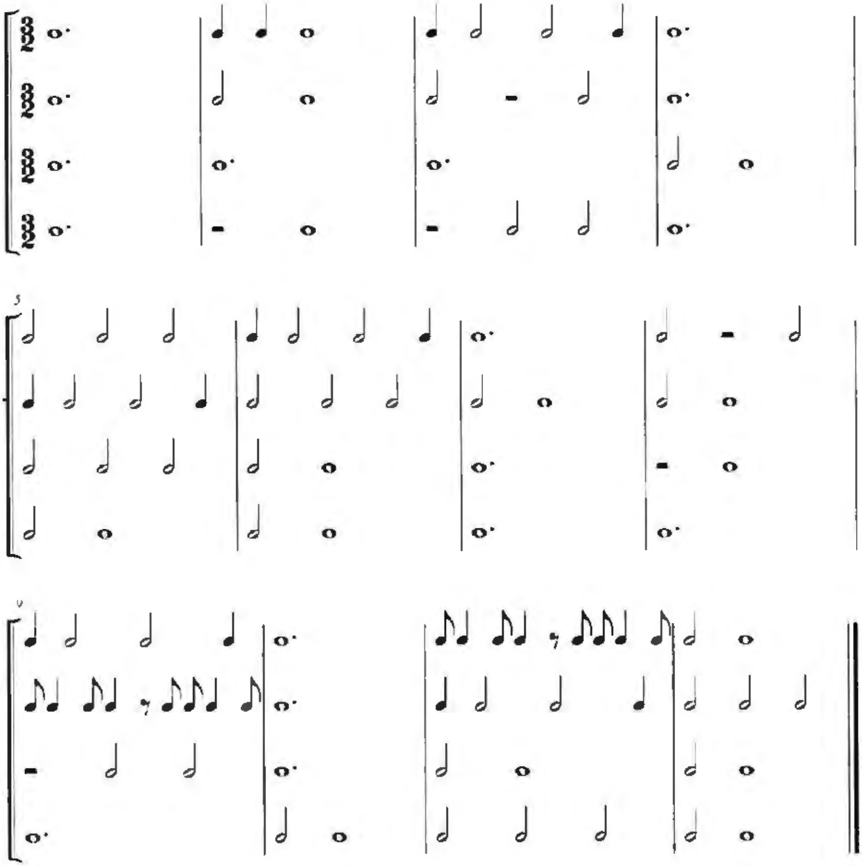
[13] Con la excepción del segundo compás de la primera voz, que presenta una variante en su primera aparición.

Ejemplo 19: *Amen* del *Credo* de la *Messe de Notre Dame* de Guillaume de Machault.[14]

[14] Trascripción de Friedrich Ludwig (Guillaume de Machault, *Musicalische Werke*, Vol 4, ed. H. Besseler [Leipzig, Breitkopf y Haertel, 1957]), en Cogan y Escott (1984).


men.
men.
men.
men.

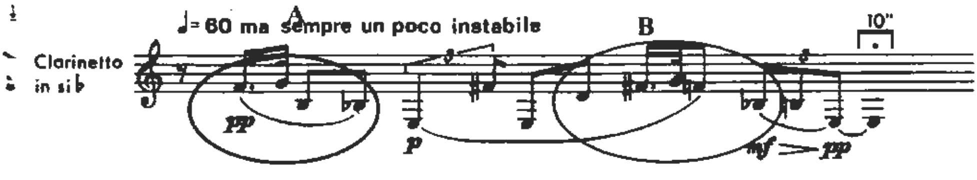
Ejemplo 20: Talea cuádruple del *Amén*



4.2. Permutación

Se encuentra un ejemplo interesante de permutación en la primera frase de la *Sequenza IXa* para clarinete solo (1980), de Luciano Berio. Esta primera frase (marcada claramente por la detención de 10" sobre la nota más grave del instrumento) presenta el campo de alturas fijas sobre el que está basada la obra. Está subdividida en tres segmentos, determinados por ligaduras de fraseo e intensidades. La coherencia de la frase está dada por el hecho de estar construida con dos permutaciones imbricadas, una de alturas, la otra de duraciones, que son independientes de las divisiones internas. En el primer ejemplo mostramos la permutación de duraciones:

Ejemplo 21: Berio, *Sequenza IXa*, comienzo, permutación de duraciones



La permutación de duraciones la analizamos en base a la segmentación en las dos secuencias que llamamos en el ejemplo 21 **A** y **B**.[15] El análisis de la permutación de duraciones es

? (permp '(3/16 1/16 1/8 1/8) '(1/8 3/16 1/16 1/8))
((2 3) (0) (1) (2 3))

Es decir que las corcheas que se encuentran en las posiciones 2 y 3 en la primera secuencia se encuentran en las posiciones 0 y 3 en la segunda.

Esta permutación de duraciones se articula con otra de alturas, que indicamos gráficamente en el ejemplo siguiente, mediante las secuencias **C** y **D**.

Ejemplo 22: Berio, *Sequenza IXa*, comienzo, permutación de alturas

Puesto que las dos secuencias de alturas no tienen el mismo número de elementos, analizamos la relación como una pseudo-permutación. Para el cálculo, expresamos numéricamente las alturas mediante números MIDI:

? (pseudo-permp '(65 67 59 58 52 66 52) '(66 67 65 58 59 52))
((5) (1) (0) (3) (2) (4 6))

La pseudo-permutación de alturas se expresa así de una manera reproducible.

Otros análisis son posibles: 1) como sugerimos en la nota 15, la secuencia de duraciones **B** podría incluir una corchea más, con lo que la relación de duraciones sería también una pseudo-permutación; 2) La permutación de alturas Si3 – Si♭3 –

---

[15] La secuencia **B** podría incluir la corchea que corresponde al Mi3. En ese caso la relación sería una pseudo-permutación.

Mi3 y Si^{b}3 – Si3 – Mi3 sugiere estudiar la relación que existe entre las duraciones correspondientes, que es de tipo delta "inexacta"; etc.

4.3. Pseudo-permutación

En general, toda sucesión de elementos construida en base a un modo puede pensarse como una pseudo-permutación de ese modo. De manera que como ejemplo de análisis para la pseudo-permutación podemos retomar el ejemplo del *Modo de valores...* de Messiaen.

Hemos visto que la obra está escrita para piano, en tres pentagramas, y cada pentagrama utiliza una "División". El pentagrama del medio utiliza la División II, y el orden en que aparecen las duraciones puede expresarse como una relación de pseudo-permutación con respecto a la división. Reproducimos aquí los ocho primeros "compases" (las barras de compás en 2/4 sirven sólo para facilitar la lectura, no tienen una significación métrica) del pentagrama medio (para simplificar, omitimos articulaciones e intensidades –también *modalizadas*). Debajo de cada duración hemos anotado su valor en semicorcheas:

Ejemplo 23: Pentagrama medio del *Modo de valores*

El segmento utiliza entonces un subconjunto de la "División 2", formado por los valores comprendidos entre 1 y 10 semicorcheas. El análisis de la relación de permutación entre este subconjunto y el segmento, es:

? (pseudo-permp '(1/16 1/8 3/16 1/4 5/16 3/8 7/16 1/2 9/16 5/8) '(1/16 1/8 3/16 1/4 5/16 1/16 1/8 3/16 3/8 7/16 1/2 9/16 1/16 5/8))
((0) (1) (2) (3) (4) (0) (1) (2) (5) (6) (7) (8) (0) (9))

Dado que las alturas, las intensidades y los modos de ataque se pueden expresar también numéricamente, este tipo de análisis, aplicado al conjunto de la obra, podría arrojar cierta luz sobre su estructura, revelando la presencia (o ausencia, las dos serían analíticamente significativas) de configuraciones repetidas. En el fragmento que hemos citado, se encuentra, por ejemplo

($\boxed{(0)\ (1)\ (2)}$ (3) (4) $\boxed{(0)\ (1)\ (2)}$ (5) (6) (7) (8) (0) (9))

4.4. Inversión

Beethoven utiliza la relación de inversión de duraciones para subrayar el carácter de *consecuente* de la segunda frase de las dos que componen el tema del II movimiento (Marcha Fúnebre) de la 3ª Sinfonía:

Ejemplo 24: Beethoven, tema del II Movimiento (*Marcha Fúnebre*) de la 3a Sinfonía

La inversión rítmica del grupo punteado se articula así con la direccionalidad melódica y la significación armónica para unir las dos frases en un todo unificado.

Salvo por la anacrusa[16] (y la apoyatura) las duraciones de las dos frases son idénticas, invirtiendo el grupo punteado. Puesto que la inversión se da en una subsecuencia, corresponde realizar el análisis como el de una relación de *similitud por inversión:*

? **(similp 'renvp '(3/32 1/32 1/4 3/32 1/32 3/32 1/32 1/4 1/8) '(1/4 1/32 3/32 1/32 3/32 1/4 1/8))**
((t 0 1 2) (t 0 3 2) (t 1 0 3) (t 2 3 3) (t 3 1 4) (t 6 0 2))

El resultado es probablemente más complicado de lo que podría esperarse. Nos sirve para referirnos a una característica del análisis automático que merece mencionarse, y que se podría llamar su *ceguera*. A diferencia de la mente del analista humano (que descarta de manera casi inconsciente las opciones que no considera pertinentes) la función de análisis, en este caso **similp**, aplica el test a todas las subsecuencias posibles, y entrega todos los resultados obtenidos, sin juzgar acerca de su pertinencia musical o de su importancia analítica. Esta característica –que así puede ser considerada una desventaja– obliga a interpretar y filtrar los datos del análisis automático. Pero esta misma característica puede tener un aspecto positivo: al revelar *todas* las relaciones posibles, puede llamar nuestra atención sobre ciertos casos que hemos descartado *a priori* y que una reflexión posterior puede revelar de interés.

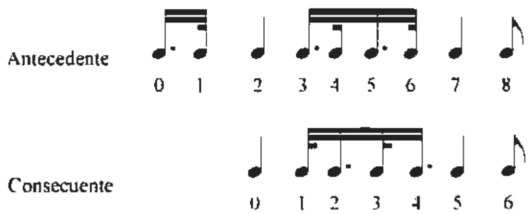
Para explicar el resultado de **similp** lo mostramos aquí de forma gráfica. Incluimos el esquema rítmico de las dos secuencias, con la numeración de las posiciones, y debajo los sucesivos resultados entregados por **similp**, con su interpretación musical:

---

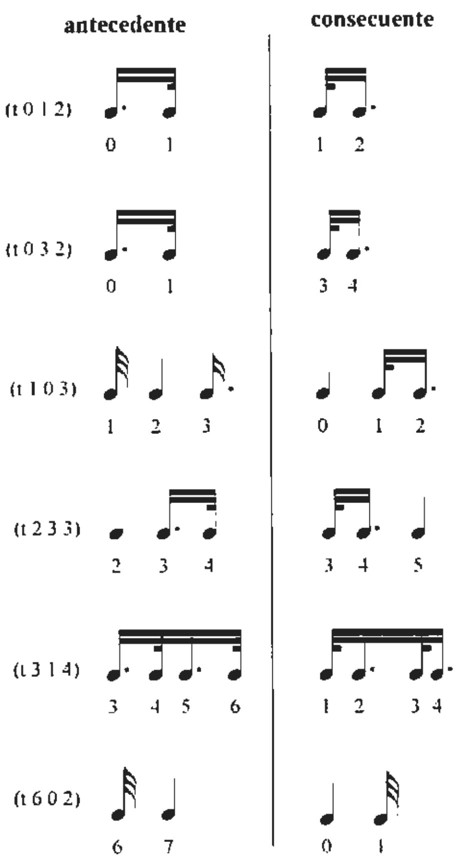
[16] Que omitimos para simplificar el análisis.

Ejemplo 25: Relaciones de inversión en el tema del II mov. de la *Eroica*

Esquema rítmico del antecedente y del consecuente



Relaciones de inversión



El resultado esperado es (t 3 1 4), que es el que muestra la inversión de los dos grupos punteados. (t 0 1 2) y (t 0 3 2) muestran la relación de la anacrusa con el grupo punteado. (t 2 3 3) y (t 6 0 2) aparecen porque los dos grupos punteados están enmarcados por negras, que participan en subsecuencias relacionadas por inversión. (t 1 0 3) nos muestra la relación de inversión entre las subsecuencias de tres sonidos que comienzan en la segunda nota del antecedente y la primera del consecuente.

Obviamente, todas estas relaciones no poseen la misma importancia (en el sentido de pertinencia perceptiva), ni tampoco son las únicas posibles,[17] pero si no estuvieran presentes, el tema no sería lo que es, y su explicitación por parte del análisis automático nos ayuda a asomarnos a todo un tejido de relaciones insospechado.

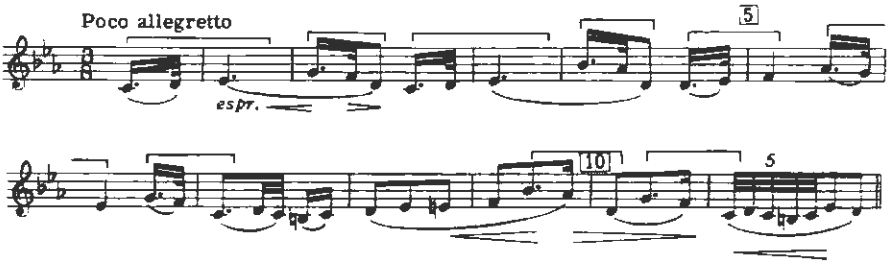
Es sabido que una gran complejidad que se oculta tras una aparente simplicidad es característica de las grandes obras de arte, y el tema de la *Marcha Fúnebre* de la *Eroica* lo revela de manera ejemplar.

4.5. Delta y división–adición

Las relaciones delta, así como las de división–adición son muy comunes en todo el repertorio, de manera que nos limitaremos a reproducir algunos ejemplos citados por Green (1979).

En el tema del III movimiento de su *3ª Sinfonía*, Brahms utiliza la inversión melódica y la aumentación rítmica como técnicas de variación motívica:

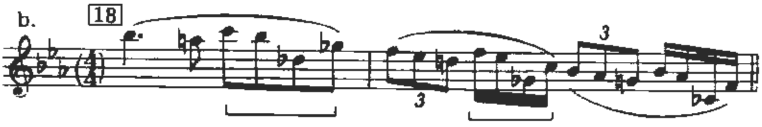
Ejemplo 26: Brahms. *Sinfonía N° 3*, III (delta "mul" 2)



En el primer movimiento de la *Sonata, Op. 120, N° 2*, utiliza la identidad de alturas y la disminución rítmica (delta "mul" 1/2):

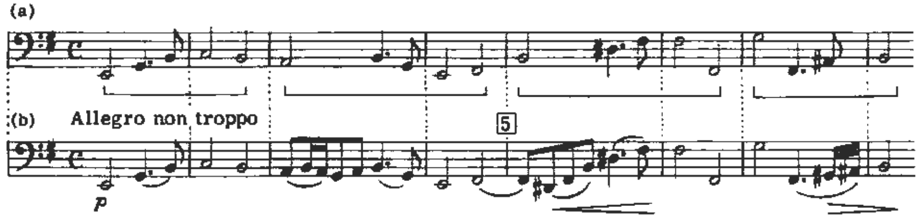
[17] En la relación global entre las dos secuencias son especialmente importantes también, entre otras, la relación de identidad entre (7 8) y (5 6) y la relación de permutación entre (0 1 2) y (0 1 2).

Ejemplo 27: Brahms. *Sonata, Op. 120, Nº 2*, I



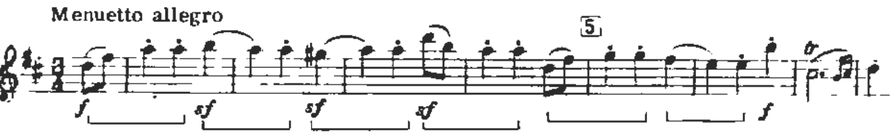
En el primer movimiento de la *Sonata Op. 38* encontramos varios ejemplos de división:

Ejemplo 28: Brahms. *Sonata, Op. 38*, I



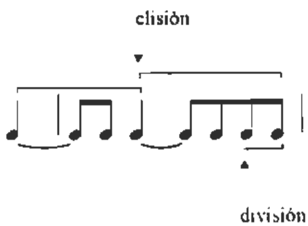
Y en el tema del III movimiento de la *Sinfonía Nº 104* de Haydn, un ejemplo de adición:

Ejemplo 29: Haydn, *Sinfonía Nº 104*, III



4.6. Transformaciones múltiples

Hemos visto en los ejemplos anteriores que las relaciones de duraciones tienen un rol semejante a las transformaciones interválicas en la variación motívica. Por esa razón, es de esperar encontrarlas en gran número en obras basadas en esa técnica. Un caso ejemplar es el poema sinfónico Nº 3 de Liszt, *Les Préludes*. Los cuatro temas principales sobre los que está basado están conectados por diversas relaciones de duraciones e interválicas. No podemos aquí presentar un análisis completo de la obra, pero intentaremos dar una idea de la riqueza de la inventiva liszteana a partir del análisis de un fragmento. El *Andante* de treinta y cuatro compases con el que comienza la obra -que bien puede ser calificado de introducción- está organizado en tres "capas" orquestales: maderas, metales graves (trombón tenor y bajo) y cuerdas. A ellos se suma el arpa, ejecutando un relleno armónico en arpegios. Todo el movimiento (hasta el *Andante Maestoso* que cumple función de primer tema) está basado en esta textura, que se enuncia claramente por primera vez a partir del compás 19 . Cada una de las "capas" utiliza una transformación del motivo principal (que enuncian las cuerdas), y estos temas característicos de cada capa (que se superponen polifónicamente) se repiten hasta el final del movimiento, con la sola modificación de las alturas, en función de la variación armónica.[18] En el fragmento que presentamos, el motivo rítmico principal ♩. ♪♩ se ve desarrollado en la parte de las cuerdas por elisión y división:



Los metales graves realizan una aumentación "inexacta" del motivo ♩. ♪ ♩ → 𝅗𝅥 ♩ ♩ (𝄽), mientras que las maderas hacen la retrogradación (que es una forma de permutación) del motivo de los metales. En el Ejemplo 30 mostramos un esquema rítmico de este pasaje y presentamos gráficamente estas relaciones.

Ejemplo 30: Esquema rítmico de los compases 19 a 21 de *Les Préludes*

[18] A grandes rasgos. En realidad, en los compases 25 a 28 hay un desplazamiento rítmico que produce una especie de *stretto*, y en los compases 20 a 30 una disminución (delta "mul" ½), seguida por un pasaje cadencial de cuatro compases en corcheas. En general, entonces, rítmicamente hay una aceleración que desemboca en el *Andante Maestoso*.

Ejemplo 31: Liszt. *Les Préludes*, compases 19 a 21

5. Conclusión

El examen del conjunto de los ejemplos que presentamos en la sección anterior demuestra que las relaciones entre secuencias de duraciones que hemos descrito teóricamente en la sección 2) fueron utilizadas a todo lo largo de la evolución del lenguaje musical de Occidente, articuladas pero de alguna manera independientes del sistema rítmico en el que aparecen. De manera que estas relaciones pueden considerarse, junto con los factores acentuales, como componentes elementales del ritmo. Actúan, en todos los casos, como factores que colaboran a la unidad y coherencia del discurso. Su utilización, sin embargo, es distinta según los casos. Excepto en los casos de obras en donde el ritmo está completamente organizado (como los ejemplos de Machault y Messiaen) las relaciones de duraciones parecen ser utilizadas localmente, en momentos particulares, ya sea para crear lazos especialmente fuertes en áreas cuya función es expositiva (Brahms, Berio, Beethoven, Liszt) o para desarrollar un motivo en áreas elaborativas (Brahms, Liszt).

En cuanto a los alcances de la implementación informática, como lo mostramos a propósito del ejemplo de Berio, las funciones de análisis expuestas aquí son aplicables a cualquier parámetro musical expresable numéricamente (por ejemplo las alturas) haciendo que su utilidad para el análisis trascienda el cuadro en el que fueron formuladas.

Bibliografía

Babbitt, Milton

1962 Twelve-tone Rythmic Structure and the Electronic Medium, *Perspectives of New Music*, i/1, 49-79.

Babbitt, Milton

1947 Three Compositions for piano, Burkhart, Ch. *Anthology for Musical Analysis*, (2da ed.: 1972). New York: Holtr, Rinehart and Winston. 529

Bailey, Katherine

1991 *The Twelve-note Music of Anton Webern*. New York: Cambridge University Press.

Berio, Luciano

1980 *Sequenza Ixa, per clarinetto solo*. Milán: Universal Edition

Borthwick, Alaister

1995 *Music Theory and Analysis. The Limitations of Logic*. New York-London: Garland.

Cogan, Robert y Escott, Pozzi

1984 *Sonic Design.* Massachusetts: Contact International, 229, 230.

Messiaen, Olivier

1994 *Traité de Rythme, de couleur, et d'Ornithologie*, en siete tomos, París: Leduc.

Messiaen, Olivier

1950 *Quatre... tudes de Rythme*, París: Durand.

Forte, Alan

1973 *The Structure of Atonal Music*, New Haven: Yale University Press.

Rússovich, Adrián

2002a *De l'analyse a la composition. Transformations de durées.* Tesis de Doctorado, Universidad Paris IV (Paris-Sorbonne)

2002b Modelos de duraciones, *Actas de la Cuarta Conferencia Iberoamericana de Educación Musical.* San Juan: Facultad de Filosofía, Humanidades y Artes de la Universidad Nacional de San Juan.

Steele, G.

1990 *Common Lisp, the Language.* 2ª ed. Digital Press/Prentice Hall International Edition.

Stockhausen, Karlheinz

1988 "...comment passe le temps...", *Contrechamps*, nº 9. Traducido del alemán por Christian Meyer. Lausanne: *L'age d'homme.* [Primera edición "... wie dei Zeit vergeht...". *die Reihe* 3, 1957].